JCOM 2 (4), December 2003

Mathland[*]
Lo spazio tra matematica ed architettura

Michele Emmer
Dipartimento di Matematica, Università “La Sapienza”, Roma

> “Parmi di scorgere ferma credenza che nel filosofare sia necessario appoggiarsi all’opinioni di qualche celebre autore, sì che la mente nostra, quando non si maritasse col discorso d’un altro, ne dovesse in tutto rimanere sterile ed infeconda; e forse stima che la filosofia sia un libro e una fantasia d’un uomo, come l’Iliade e l’Orlando Furioso, libri ne’ quali la meno importante cose è che quello che vi è scritto sia vero. La cosa non istà così. La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l’universo), ma non si può intendere se prima non s’impara a intender la lingua e conoscer i caratteri, ne’ quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.”

Parole di Galileo Galilei scritte ne *Il Saggiatore*, pubblicato in Roma nel 1623. Senza le strutture matematiche non si può comprendere la natura. La matematica è il linguaggio della natura.

La geometria nel corso della seconda metà del XIX secolo era profondamente mutata. Lobacevskij e Bolyai tra gli anni 1830-1850 costruiscono i primi esempi di geometrie non-euclidee, in cui non era valido il famoso V° postulato di Euclide sulle rette parallele. Non senza dubbi e contrasti, Lobacevskij chiamerà la sua geometria (oggi denominata geometria non-euclidea iperbolica) geometria immaginaria, tanto era in contrasto con il senso comune. La geometria non-euclidea restò ancora per alcuni anni un aspetto marginale della geometria, una sorta di curiosità, fino a che non venne

[*] Il testo riprende in parte l’introduzione al volume *Op. cit.* (1).

incorporata nella matematica come sua parte integrante attraverso le concezioni generali di G.F.B. Riemann (1826-1866). Nel 1854 Riemann tenne davanti alla Facoltà dell'Università di Gottinga la famosa dissertazione dal titolo *Ueber die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen* (*Sulle ipotesi che stanno alla base della geometria*), che verrà pubblicata solo nel 1867. Nella sua presentazione Riemann sosteneva una visione globale della geometria come studio di varietà di un numero qualsiasi di dimensioni in qualsiasi genere di spazio. Secondo la concezione di Riemann la geometria non doveva neppure necessariamente trattare di punti o di spazio nel senso ordinario, ma d'insiemi di *n-ple ordinate*. Nel 1872 Felix Klein (1849-1925), divenuto professore ad Erlangen, nel discorso inaugurale, noto con il nome Programma di Erlangen, descriveva la geometria come lo studio delle proprietà delle figure aventi carattere invariante rispetto a un particolare gruppo di trasformazioni. Di conseguenza ogni classificazione dei gruppi di trasformazione diventava una codificazione delle diverse geometrie. Ad esempio, la geometria Euclidea del piano è lo studio delle proprietà delle figure che rimangono invarianti rispetto al gruppo di trasformazioni rigide del piano formato dalle traslazioni e dalle rotazioni. Jules Henri Poincaré affermava:

> "Gli assiomi geometrici non sono né giudizi sintetici a priori, né fatti sperimentali. Sono convenzioni; la nostra scelta, fra tutte le convenzioni possibili, è guidata da fatti sperimentali, ma resta libera e non è limitata dalla necessità di evitare ogni contraddizione. È così che i postulati possono restare rigorosamente veri, anche se le leggi sperimentali che hanno determinato la loro adozione non sono che approssimative.
>
> In altri termini, gli assiomi della geometria non sono che definizioni travestite. Pertanto, che pensare della domanda: È vera la geometria euclidea? Essa non ha nessun senso. Così come non ha senso domandarsi se il sistema metrico sia vero e siano falsi i vecchi sistemi di misura; o se le coordinate cartesiane siano vere, e false quelle polari. Una geometria non può essere più vera di un'altra; può solo essere più comoda. La geometria euclidea è, e resterà, la più comoda."

Si deve sempre a Poincaré la nascita ufficiale di quel settore della matematica che oggi si chiama *Topologia* con il volume *Analysis Sitûs*, traduzione latina del nome greco, pubblicato nel 1895: "Per quanto mi riguarda, tutte le diverse ricerche delle quali mi sono occupato mi hanno condotto all'*Analysis Sitûs* (letteralmente *Analisi della posizione*)." Poincaré definiva la topologia come la scienza che ci fa conoscere le proprietà qualitative delle figure geometriche non solo nello spazio ordinario ma anche nello spazio a più di tre dimensioni.

Arriviamo alla fine degli anni sessanta. Benoit Mandelbrot scopre (o inventa?) i frattali. Nel 1984, ripensando alle prime esperienze con la geometria frattale, Mandelbrot osservava:

> "Perché spesso la geometria viene descritta come fredda ed arida? Un motivo è la sua incapacità di descrivere la forma di una nuvola, di una montagna, di una costa o di un albero. Le nuvole non sono sfere, le montagne non sono coni, le coste non sono circoli e gli argini non sono regolari, nemmeno la luce viaggia secondo una linea retta.... La natura non rivela semplicemente un grado più alto ma un livello del tutto diverso di complessità. "

La geometria dei frattali vuole presentarsi come la geometria più adatta per studiare la complessità delle forme della natura e la loro evoluzione. In un articolo sul *Scientific American* di alcuni anni fa alcuni degli autori delle immagini frattali più suggestive hanno ribadito che la geometria frattale sembra descrivere le forme e le configurazioni della natura in modo non solo più succinto ma anche esteticamente più valido rispetto alla geometria euclidea tradizionale. I frattali come il linguaggio stesso della geometria.

Questo tentativo del tutto esplicito di considerare la geometria dei frattali come la *Unica e Vera Geometria della natura*, la vera chiave che permetterà di leggere e comprendere i fenomeni naturali, è uno dei motivi che hanno fatto diventare sospettosi alcuni scienziati.

Se a tutto questo si aggiunge la geometria dei sistemi complessi, la teoria del caos e tutte le immagini "matematiche" scoperte (o inventate) dai matematici negli ultimi trent'anni utilizzando la computer graphics, si comprende facilmente come la matematica abbia contribuito in modo essenziale a cambiare più volte la nostra idea di spazio, dello spazio in cui viviamo e dell'idea stessa di spazio.

Che la matematica non è mero strumento di *ricette di c*ucina, ma ha contribuito, quando non ha determinato, il modo che abbiamo di concepire lo spazio sulla terra e nell'universo. Manca una consapevolezza della matematica come strumento essenziale della nostra cultura. Il che spiega il grande ritardo nel comprendere e quindi far proprie idee che i matematici hanno chiarito da decenni.

In particolare nei riguardi della topologia, la scienza della trasformazioni, la scienza degli invarianti. Si veda ad esempio a New York il progetto di Frank O. Gehry per il nuovo museo Guggenheim di Manhattan. Un progetto ancora più stimolante, ancora più *topologico* di quello per il Guggenheim di Bilbao.

Certo il salto culturale è notevole; costruire utilizzando tecniche e materiali che consentano di realizzare la trasformazione rendendola quasi continua, una sorta di contraddizione tra la costruzione finita e la sua deformazione. Naturalmente non voglio affatto dire che tutti gli architetti devono studiare a fondo la matematica e la topologia (anche se non farebbe loro male) quanto che debbano essere attenti a quello che succede nel mondo scientifico. Cogliere i segnali per capire che cosa sta maturando di nuovo nella nostra idea del mondo. È un segno interessante che si cominci a studiare l'architettura contemporanea utilizzando anche gli strumenti che la matematica, la scienza mette a disposizione. Strumenti culturali oltre che tecnici.

Alcuni momenti sono importanti per questa storia che ha portato a mutare profondamente l'idea che abbiamo dello spazio che ci circonda, per far capire come in qualche senso siamo noi stessi a creare ed inventare lo spazio, modificandolo secondo come mutano le nostre idee sull'universo. O forse si potrebbe dire che è l'universo che si modifica seguendo i mutamenti delle nostre teorie. E proprio la parola mutamento, la parola trasformazione è la chiave per capire.

Questi sono alcuni degli elementi che si utilizzano per dare un senso alla parola Spazio.[1] Il percorso riguarda principalmente l'architettura e l'arte.

- Il primo elemento è senza ombra di dubbio lo spazio che Euclide è venuto definendo, con le definizioni, gli assiomi, le proprietà degli oggetti che di questo spazio devono far posto. Lo spazio che sarà quello della perfezione, lo spazio Platonico. L'uomo come matrice e misura dell'universo, idea che attraversa i secoli. La matematica, la geometria che devono spiegare tutto, anche la forma degli essere viventi: *Le curve della natura*, titolo di un famoso libro del Novecento di Cook che certo non si immaginava quanto potesse essere vero ritrovare in forme della natura, addirittura di quelle che sono all'origine della vita, alcune curve matematiche. Dal famoso libro di D'Arcy Thompson *Crescita e forma* del 1914 alla teoria delle catastrofi di René Thom, alla complessità e all'effetto Lorentz ed i sistemi dinamici non lineari.

- Il secondo elemento è la libertà; la matematica, la geometria sembrano essere il regno della aridità. Chi non si è occupato mai di matematica, chi non ha mai studiato con interesse la matematica a scuola, non riesce a capire la profonda emozione che può suscitare la matematica. Né costoro possono concepire che la matematica sia una attività altamente creativa. Né che sia il regno della libertà dove non solo si inventano (o scoprono) nuovi oggetti, nuove teorie, nuovi campi di attività della ricerca, ma si inventano anche i problemi. Non avendo inoltre il matematico bisogno in molti casi di

[1] Per i dettagli si veda *Op. cit. (1)*

ingenti risorse finanziarie, si può ben dire che la matematica è il regno della libertà e della fantasia. E certo del rigore.

Del corretto ragionare. La scoperta delle geometrie non euclidee e delle dimensioni più alte è uno degli esempi più interessanti anche per le profonde ripercussioni che molte delle idee dei matematici avranno sulla cultura umanistica, sull'arte.

- Il terzo elemento è come tutte queste idee vengono trasmesse ed assimilate, magari non comprese a fondo e solo orecchiate dai diversi settori della società. Ha scritto l'architetto Alicia Imperiale nel capitolo "Tecnologie digitali e nuove superfici" del libro *Nuove bidimensionaltà*: "Gli architetti si appropriano liberamente di metodologie specifiche di altre discipline. Ciò può essere attribuito al fatto che ampi cambiamenti culturali si verificano più velocemente in altri contesti che in architettura." Aggiunge:

> "L'architettura riflette i cambiamenti che avvengono nella cultura, e secondo molti, con un ritmo dolorosamente lento… Gli architetti, cercando costantemente di occupare un ruolo di avanguardia, pensano che le informazioni prese a prestito da altre discipline possano essere rapidamente assimilate all'interno della progettazione architettonica. Tuttavia, la traducibilità, il trasferimento di un linguaggio in un altro, rimane un problema…..Gli architetti guardano sempre più spesso ad altre discipline e ad altri processi industriali per ispirarsi, e fanno un uso sempre maggiore della progettazione al computer e di software per la produzione industriale originariamente sviluppati per altri settori."

Più avanti la Imperiale ricorda che "È interessante notare che, nell'era dell'informazione, discipline un tempo distinte, sono legate tra loro attraverso un linguaggio universale: il codice binario digitale." Il computer risolve tutti i problemi?

- Il quarto elemento è il computer, il computer grafico, la macchina logica e geometrica per eccellenza. L'idea realizzata di una macchina intelligente che sia in grado di affrontare problemi diversissimi se siamo in grado di farle comprendere il linguaggio che usiamo. L'idea geniale di un matematico, Alan Turing, portata a termine sotto lo stimolo di una guerra. Una macchina costruita dall'uomo, in cui è stata inserita una logica anche quella costruita dall'uomo, pensata dall'uomo. Uno strumento molto sofisticato, insostituibile, non solo in architettura. Uno strumento, appunto.

- il quinto elemento è il progresso, la parola progresso. Se si considerano le geometrie non euclidee, le nuove dimensioni, la topologia, la esplosione della geometria e della matematica nel ventesimo secolo, si può parlare di progresso? Delle conoscenze senz’altro, ma non nel senso che i nuovi risultati cancellano i precedenti. Usano dire i matematici che “la Matematica è come il maiale, non si butta via nulla, prima o poi anche le cose che sembra più astratte ed anche insensate possono venire utili”. Il cambiare geometria serve per affrontare problemi che sono diversi perché è diversa la struttura dello spazio. Lo spazio sono le proprietà, non gli oggetti contenuti.

- Il sesto elemento sono le parole. Una delle grandi capacità dell’umanità è di dare un nome alle cose. Molte volte nel “nominare” si usano parole che sono già nell’uso corrente. Questa abitudine crea alle volte dei problemi perché si ha l’impressione sentendo queste parole di capire o perlomeno orecchiare di che cosa si tratti. In matematica è successo spesso negli ultimi anni con parole come frattali, catastrofi, complessità, iperspazio. Parole simboliche, metaforiche. Anche topologia e dimensionalità e serialità fanno oramai parte del linguaggio comune, o almeno degli architetti.

Riassumendo, un percorso tra parole, computer, assiomi, trasformazioni, parole, libertà. Mettendo in luce i legami della matematica con l’arte, la letteratura, l’immagine, il cinema. Per far comprendere come sia l’aspetto culturale, sapienziale della matematica quello prevalente. La matematica non solo come mero strumento, magari per selezionare gli studenti nella scuola. Un modo di raccontare l’idea di spazio, cercando di dare un quadro della cultura di un’epoca. Della cultura di cui l’architettura è una parte importante. Per capire, fare, con l’ambizione di informare e un poco di affascinare.

Il progetto di “Matematica e cultura” è partito nel 1997. Sino ad oggi, oltre al convegno che si organizza ogni anno all’università di Ca’ Foscari a Venezia[2] *sono stati pubblicati 11 volumi in italiano ed inglese*[3]

[2] *http://www.mat.uniroma1.it/venezia2004*

[3] *Op. cit. (2)*

Bibliografia

(1) M. Emmer, *Mathland: dal mondo piatto alle ipersuperfici*, Testo & Immagine ed., Torino, dicembre 2003. M. Emmer, *Mathland: from Flatland to Hypersufaces*, Birkhauser, Basel, dicembre 2003.

(2) M. Emmer, a cura di, *Matematica e cultura*, Springer Italia, Milano, 1998, 1999, 2000 (ed. inglese, Springer, Berlin 2003), 2001, 2002, 2003 (ed. inglese, in corso di stampa, Springer, Berlin), 2004 in corso di stampa. M. Emmer, M. Manaresi, a cura di, *Matematica, arte, tecnologia, cinema*, Springer Italia, 2002; ed inglese Springer, Berlin, 2003.